

# Übungen zur Mathematik II für Studierende der Informatik

A. Blunck, W.-l. Huang, R. Stanik

SoSe 2006

Blatt 1

## A: Präsenzaufgaben am 06.04.2006

1. Man ordne die Zahlen  $\frac{17}{19}$ ,  $\frac{6}{7}$ ,  $\frac{73}{63}$ ,  $\frac{22}{19}$  der Größe nach.
2. Gib je ein Beispiel für  $<$  und  $=$  in der Dreiecksungleichung (Skript S. 5, Satz 2 (4)).
3. Für welche reellen Zahlen  $a$  und  $b$  gilt  $ab > a$ ?
4. Bestimme alle reellen Zahlen  $x$ , welche der folgenden Beziehung genügen:

$$0 \leq |2 + x| \leq \frac{1}{3}.$$

5. Die Folge  $(a_n)$  sei definiert durch  $a_n = (-1)^n \cdot \frac{1}{n^2}$ . Es sei  $a = 0$ .
  - a) Zeige durch direktes Zurückführen auf die Definition der Konvergenz (Skript S. 6, Definition 1), dass  $(a_n)$  gegen  $a$  konvergiert.
  - b) Gib jeweils zu  $\varepsilon = 0.1$ ,  $\varepsilon = 0.01$  und  $\varepsilon = 10^{-100}$  ein  $N$  an, so dass  $|a_n - a| < \varepsilon$  für alle  $n \geq N$  gilt.
6. Was ist von folgender "Variante" der Definition der Konvergenz zu halten:  
Eine Folge  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  reeller Zahlen konvergiert gegen eine reelle Zahl  $a$ , wenn es eine reelle Zahl  $\varepsilon > 0$  und ein  $N \in \mathbb{N}$  gibt, sodass  $|a_n - a| < \varepsilon$  für alle  $n \geq N$  gilt.

## B: Übungsaufgaben zum 13.04.2006

1. a) Bestimme alle  $x \in \mathbb{R}$ , für die gilt

$$\frac{2 + |x|}{x - 3} < 5.$$

- b) Bestimme alle  $x \in \mathbb{R}$ , für die gilt

$$\frac{1}{|x - 2|} \leq \frac{1}{|x - 3|}.$$

2. Mit Hilfe der Dreiecksungleichung zeige man, dass für alle reellen Zahlen  $x, y$  die Ungleichungen

$$|x + y| \geq ||x| - |y|| \quad \text{und} \quad |x - y| \geq ||x| - |y||$$

bestehen.

3.  $\mathbb{C}$  sei der Körper der komplexen Zahlen. Zeige: Es ist nicht möglich, auf  $\mathbb{C}$  eine Relation  $<$  so zu definieren, dass aus  $\mathbb{C}$  ein angeordneter Körper wird.

(Hinweis: Führe einen Widerspruchsbeweis; benutze dass  $i^2 = -1$  gilt.)

4. a) Die Folge  $(a_n)$  sei definiert durch  $a_n = \frac{2n}{3n+9}$ . Zeige durch direktes Zurückführen auf die Definition der Konvergenz (Skript S. 6, Definition 1), dass  $a_n \rightarrow \frac{2}{3}$  gilt.  
b) Die Folge  $(b_n)$  sei definiert durch  $b_n = (-1)^n$ . Zeige unter Verwendung der Definition der Konvergenz, dass es kein  $a \in \mathbb{R}$  gibt, für das  $b_n \rightarrow a$  gilt.