Übungen zur Mathematik II für Studierende der Informatik

A. Blunck, W. Huang, R. Stanik

SoSe 2006 **Blatt 9**

A: Präsenzaufgaben am 15.6.2006

1. Für die Potenzreihe $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{x^i}{i^2}$ bestimme man diejenigen $x \in \mathbb{R}$, für die Konvergenz vorliegt (Hinweis: Skript S. 87).

2. a) Berechne die Taylorpolynome $T_0(x), T_1(x), \ldots, T_9(x)$ von $f(x) = \cos x$ (an der Stelle $x_0 = 0$).

   b) Benutze die in a) berechneten Taylorpolynome $T_1(x), T_3(x), T_5(x), T_7(x), T_9(x)$ zur Berechnung von schrittweise verbesserten Näherungswerten für $\cos 1$. Vergleiche mit $\cos 1 \approx 0.5403023$!

B: Übungsaufgaben zum 22.06.2006

1. Bestimme diejenigen $x \in \mathbb{R}$, für die Konvergenz vorliegt

   a) $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^i}{i} x^i$, b) $\sum_{i=1}^{\infty} (-1)^i i^2 x^i$, c) $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{i^2}{(i+2)!} x^i$, d) $\sum_{i=0}^{\infty} (2i+1)!\, x^i$.

2. Berechne für $\sin x$ die Taylorpolynome $T_0(x), \ldots, T_8(x)$ (an der Stelle $x_0 = 0$).

   Benutze $T_2(x), T_4(x), T_6(x)$ und $T_8(x)$ zur Berechnung von Näherungswerten für $\sin 0.5$. Schätze für alle gefundenen Näherungswerte den Fehler ab (nach Skript S. 96 ist stets $|\sin x - T_n(x)| \leq \frac{|x|^{n+1}}{(n+1)!}$.)

3. Berechne die Taylorpolynome $T_0(x), \ldots, T_4(x)$ für $f(x) = \sqrt[3]{1+x}$ (an der Stelle $x_0 = 0$) auf zwei Arten:

   a) durch Berechnen von $f'(x), f''(x), \ldots, f^{(4)}(x)$;

   b) durch Berechnung geeigneter Binomialkoeffizienten (vgl. Skript S. 100).

4. Berechne das Taylorpolynom $T_5(x)$ von $f(x) = e^x \cdot \cos x$ (an der Stelle $x_0 = 0$) auf zwei Arten:

   a) durch Berechnen von $f'(x), f''(x), \cdots, f^{(5)}(x)$;

   b) mit Hilfe der bekannten Reihendarstellungen für e^x und $\cos x$ (vgl. Skript S. 98). *Hinweis*: Reihenprodukt, Skript S. 92 Formel (iii).