# Übungen zur Vorlesung „Mathematik II für Studierende der Informatik (Analysis und Lineare Algebra)“

**T. Andreae, R. Stanik, K. Taubert**

**SS 2007** **Blatt 2**

## A: Präsenzaufgaben am 12.4.2007

1. Man bestimme – falls existent – den Grenzwert für $n \to \infty$:

$$\text{a)}\ \frac{(-1)^n}{n}, \qquad \text{b)}\ \frac{4n^2-5}{3n^2+9n}, \qquad \text{c)}\ \frac{n^2}{n+1} - \frac{n^2}{n+3},$$

$$\text{d)}\ \frac{(-1)^n n^4}{(n+2)^4}, \qquad \text{e)}\ \frac{3n+2}{\sqrt{n^2+1}+n}, \qquad \text{f)}\ \sqrt{n+1} - \sqrt{n}.$$

2. Die Folge $(a_n)$ sei rekursiv definiert durch $a_1 = \frac{1}{3}$, $a_{n+1} = a_n^2 + \frac{1}{4}$. Weisen Sie die Konvergenz der Folge nach!

   (Hinweis: Man benutze den Satz über monotone, beschränkte Folgen. Zum Nachweis der Beschränktheit zeige man durch Induktion nach $n$, dass $0 \leq a_n \leq \frac{1}{2}$ gilt.)

## B: Übungsaufgaben zum 19.4.2007

1. Untersuchen Sie auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert für $n \to \infty$.

$$\text{a)}\ \frac{n^3-2}{n-1} - \frac{n^4+3n^2}{n^2+n-1}, \qquad \text{b)}\ \frac{n^3-2}{n+1} - \frac{n^4+3n^2}{n^2+n-3},$$

$$\text{c)}\ \frac{(n+1)!}{n^{(n+1)}}, \qquad \text{d)}\ \sum_{i=0}^{n} \left(\frac{3}{4}\right)^i.$$

2. Man berechne $\lim\limits_{n\to\infty} (\sqrt{n^2+5n+1} - \sqrt{n^2+2})$.

3. Man zeige durch Anwendung des Satzes über monotone, beschränkte Folgen, dass die Folge $(a_n)$, die durch

$$a_1 = \frac{1}{2},\ a_{n+1} = a_n(2-a_n)$$

   definiert ist, konvergiert.

4. Unter Verwendung von $\lim\limits_{n\to\infty}(1+\frac{1}{n})^n = e$ zeige man, dass $\lim\limits_{n\to\infty}(1-\frac{1}{n})^n = \frac{1}{e}$ gilt.