Übungen zur Vorlesung „Mathematik II für Studierende der Informatik (Analysis und Lineare Algebra)“

T. Andreae, R. Stanik, K. Taubert

SS 2007 **Blatt 12 A: Präsenzaufgaben**

in der üblichen Form gibt es am 5. Juli 2007 nicht. Stattdessen werden die Aufgaben der am gleichen Tag geschriebenen Probeklausur besprochen.

B: Übungsaufgaben zum 12. 7. 2007

Bei den folgenden Aufgaben handelt es sich um **Wiederholungsaufgaben zur Klausurvorbereitung**. Deshalb gilt für Studierende der Wirtschaftstinformatik im Bachelorstudiengang: Es wird empfohlen, dass Sie die Aufgaben bearbeiten und auch an der Nachbesprechung am 12.7.2007 teilnehmen.

1. a) Berechnen Sie $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt{4n^2+2n-3}-\sqrt{n^2+5}}{\sqrt{2n^2-5}}$.

   b) Berechnen Sie $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{3x}-1}{4x}$.

2. Differenzieren Sie:

   a) $f(x) = (\ln x \cdot \arctan x)^{33}$

   b) $h(x) = \dfrac{3x^2+4x-7}{2x-1}$

3. Berechnen Sie:

   a) $\int \dfrac{x^3-5x^2+4x-12}{x^2+1}\, dx$.

   b) $\int\int_G x+y\; d(x,y)$, wobei G das Dreieck mit den Eckpunkten $(0,0),(1,2)$ und $(0,3)$ ist.

4. a) Zeigen Sie die Konvergenz der Reihe $\sum\limits_{i=1}^{\infty} \dfrac{(i+1)^2}{3^i}$ sowohl mit dem Quotienten- als auch mit dem Wurzelkriterium.

   b) Für $f(x) = \ln(1+x)$ berechne man die Ableitungen $f'(x), f''(x)$ und $f'''(x)$. Welche Formel ergibt sich allgemein für die k-te Ableitung $f^{(k)}(x)$? Man berechne die Werte $f^{(k)}(0)$ $(k = 0,1,2,\ldots)$ und stelle die Taylor-Reihe für $f(x)$ auf (mit Entwicklungspunkt $x_0 = 0$). Anschließend vergleiche man das Ergebnis mit (11) auf Seite 90.

5. a) Für die Vektoren $u = (3,1,2)$ und $v = (4,-3,-3)$ berechne man $\cos\varphi$, wobei $\varphi \in [0,\pi]$ der von u und v eingeschlossene Winkel ist. Ist es möglich, den ersten Eintrag von u so zu ändern, dass der entstehende Vektor u' senkrecht auf v steht?

   b) Für die Vektoren $u = (3,1,-2,5,6)$ und $v = (4,7,1,1,1)$ des $\mathbb{R}^5$ berechne man den Abstand von u und v.

6. a) Berechnen Sie die partiellen Ableitungen erster Ordnung für die relle Funktion $f(x,y) = \sqrt{xy}\cdot\tan x$. Zusatzfrage: Für welche $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ ist f definiert („größtmöglicher Definitionsbereich“)?

   b) Bestimmen Sie die stationären Stellen für die folgende Funktion $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ und entscheiden Sie, ob lokale Minima oder Maxima vorliegen

$$g(x,y) = x^2 - y^2 - 3xy + x.$$