Übungen zur Vorlesung „Diskrete Mathematik“ für Studierende der Informatikstudiengänge

T. Andreae, A. Blunck, N.N.

WS 05/06 **Blatt 1**

A: Präsenzaufgaben am 27.10.2005

1. Durch die folgenden Formeln werden Funktionen $\mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ definiert:
   $f(x) = x^2, g(x) = 2x, h(x) = x + 2$. Welche Funktionen sind injektiv, welche sind surjektiv und welche sind bijektiv?

2. Es sei $A = \{1, 2, 3\}, B_1 = \{3, 4\}, B_2 = \{3, 4, 5\}, B_3 = \{2, 3, 4, 5\}$.
   Man gebe - wenn möglich - für $i = 1, 2, 3$ eine Funktion $f_i : A \to B_i$ an, die
   a) surjektiv aber nicht injektiv
   b) injektiv aber nicht surjektiv
   c) bijektiv ist.

3. a) Man beweise die De Morgansche Regel $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$ mit Hilfe einer Wahrheitstafel.
   b) Veranschaulichen Sie diese Regel mit Hilfe von Venn-Diagrammen.

B: Übungsaufgaben zum 03.11.2005

1. Durch die folgenden Formeln werden Funktionen $\mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ definiert:
   $g(x) = x - 3, h(x) = 3x + 1, i(x) = x^2 - 1$.
   Welche dieser Funktionen sind injektiv, welche sind surjektiv und welche sind bijektiv? (Man gebe in jedem Fall eine Begründung!)

2. Die Abbildung $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ sei definiert durch $f(n) = (n^2, (n + 1)^2)$ für alle $n \in \mathbb{Z}$.
   Man beweise oder widerlege:
   a) f ist injektiv.
   b) f ist surjektiv.

3. a) Man beweise das Distributivgesetz $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ mit Hilfe einer Wahrheitstafel und veranschauliche dieses Gesetz mit Hilfe von Venn-Diagrammen.
   b) Man gebe die Potenzmenge $\mathcal{P}(M)$ für $M = \{a, b, c, d\}$ an.
   c) Ist die Aussage $\mathcal{P}(\emptyset) = \emptyset$ wahr oder falsch? (Mit kurzer Begründung!)

4. Untersuchen Sie, ob die folgenden Funktionen injektiv, surjektiv oder bijektiv sind (Beweise!):

   a) $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}, f(n) = n^2$
   b) $f : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}, f(a, b) = a + b$
   c) $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N} \times \mathbb{N}, f(n) = (n, n + 2)$
   d) $f : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \to \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}, f(a, b) = (ab, a - b)$