

Übungen zur Vorlesung "Diskrete Mathematik" für Studierende der Informatikstudiengänge

T. Andreae, A. Blunck, H. Kiechle, M. Kriesell, P. Reuter.

WS 05/06

Blatt 10

A: Präsenzaufgaben am 12.01.2006

1. Es seien $a(x) = x^3 + x^2 + 1$, $b(x) = x^2 + 2x + 2$ Polynome aus $\mathbb{Q}[x]$. Man bestimme Quotient und Rest, wenn $a(x)$ durch $b(x)$ geteilt wird.
2. Gegeben sei die Rekursion $u_0 = 0$, $u_1 = 1$, $u_{n+2} = u_{n+1} + 2u_n (n \geq 0)$.
 - a) Man berechne u_2, \dots, u_8 mit Hilfe der Rekursion.
 - b) Man stelle die zugehörige Hilfsgleichung auf und ermittle eine explizite Formel für u_n .
 - c) Man berechne u_8 mit Hilfe der in b) aufgestellten Formel.
3. Man finde eine explizite Formel für die folgende Rekursion:
 $u_0 = 1$, $u_1 = 8$, $u_{n+2} = 4u_{n+1} - 4u_n (n \geq 0)$.

B: Übungsaufgaben zum 17.01.2006

- 1.a) Gegeben seien die folgenden Polynome aus $\mathbb{Q}[x]$:
 $a(x) = x^4 - 8x^3 + 13x^2 + 11x - 5$, $b(x) = x^3 - 9x^2 + 21x - 5$.
Man bestimme den normierten größten gemeinsamen Teiler von $a(x)$ und $b(x)$ mit Hilfe des Euklidischen Algorithmus für Polynome.
- b) Es seien $a(x) = x^5 + x^4 + 2x^3 + x^2 + 4x + 2$, $b(x) = x^2 + 3x + 4$ Polynome aus $\mathbb{Z}_5[x]$.
Man bestimme Quotient und Rest, wenn $a(x)$ durch $b(x)$ geteilt wird.
2. Man finde eine explizite Formel für die folgenden Rekursionen.
 - a) $u_0 = 0$, $u_1 = 5$, $u_{n+2} = u_{n+1} + 12u_n (n \geq 0)$.
 - b) $u_0 = 0$, $u_1 = 1$, $u_{n+2} = 2u_{n+1} + u_n (n \geq 0)$.
 - c) $u_0 = 2$, $u_1 = 30$, $u_{n+2} = 10u_{n+1} - 25u_n (n \geq 0)$.
3. Man finde eine explizite Formel für
 - a) $u_0 = u_1 = 0$, $u_2 = 18$, $u_{n+3} = 3u_{n+2} - 4u_n (n \geq 0)$.
 - b) $u_0 = 0$, $u_1 = 1$, $u_2 = 9$, $u_3 = -3$, $u_{n+4} = -u_{n+3} + 3u_{n+2} + 5u_{n+1} + 2u_n (n \geq 0)$.
4. Man finde eine explizite Formel für die Rekursion
 $u_0 = 0$, $u_1 = 2$, $u_{n+2} - u_{n+1} - 6u_n = 12n - 8 (n \geq 0)$.