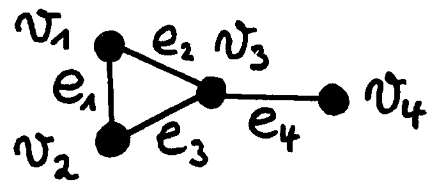
Übungen zur Vorlesung "Diskrete Mathematik" für Studierende der Informatikstudiengänge

T. Andreae, A. Blunck, H. Kiechle, M. Kriesell, P. Reuter.

WS 05/06 Blatt 6

A: Präsenzaufgaben am 01.12.2005

1. Für den folgenden Graphen G stelle man die Adjazenz- und die Inzidenzmatrix auf (siehe Skript S. 81 und Ergänzungen S. 59):



2. Falls vorhanden, bestimme man das multiplikative Inverse

   a) von 5 in $\mathbb{Z}_9$

   b) von 6 in $\mathbb{Z}_9$

   c) von 14 in $\mathbb{Z}_{15}$.

3. Man bestimme den Rest von 3^{51} bei Division durch 13.

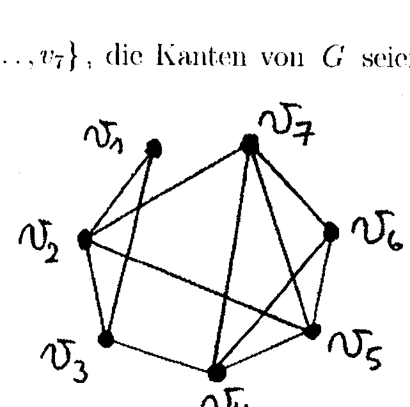
4. Die Permutation $\pi \in S_7$ sei gegeben durch

$$\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 7 & 1 & 2 & 6 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

   Man stelle π in Zyklenschreibweise dar.

B: Übungsaufgaben zum 08.12.2005

1. a) G sei ein Graph mit $V(G) = \{v_1, \ldots, v_7\}$, die Kanten von G seien durch folgende Zeichnung gegeben:



   Ist G planar? (Anders gefragt: Lässt sich G so in die Ebene zeichnen, dass sich keine Kanten kreuzen?)

b) G sei ein ebener Graph mit n Knoten und m Kanten. Jedes Gebiet von G sei durch einen Kreis der Länge ≥ 4 berandet.

(i) Man gebe ein Beispiel für einen derartigen Graphen mit $n = 10$ Knoten und $m = 15$ Kanten.

(ii) Man zeige, dass für jeden derartigen Graphen $m \leq 2n - 4$ gilt. (Hinweis: man schließe ähnlich wie im Beweis auf S. 80 der Ergänzungen.)

2. a) Man bestimme - falls vorhanden - das multiplikative Inverse von

$$\begin{array}{rcl} 2 & \text{in} & \mathbb{Z}_{11} \\ 5 & \text{in} & \mathbb{Z}_{13} \\ 6 & \text{in} & \mathbb{Z}_{51} \\ 27 & \text{in} & \mathbb{Z}_{28}\,. \end{array}$$

b) Man bestimme den Rest von 15^{76} bei Division durch 13.
(Hinweis: Man verwende den Satz von Fermat!)

3. a) Man bestimme, falls vorhanden, $x \in \{0, 1, \ldots, 577\}$, so dass gilt: $187\,x \equiv 1 \,(\mathrm{mod}\ 578)$.

b) Man bestimme, falls vorhanden, $x \in \{0, 1, \ldots, 577\}$, so dass gilt: $165\,x \equiv 1 \,(\mathrm{mod}\ 578)$.

4. Die Permutation $\pi \in S_{10}$ sei gegeben durch

$$\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 6 & 10 & 3 & 1 & 8 & 7 & 4 & 5 & 2 & 9 \end{pmatrix}.$$

a) Man stelle π in Zyklenschreibweise dar.

b) Man stelle π als Nacheinanderausführung von Transpositionen dar.

c) Ist π eine gerade oder eine ungerade Permutation? Bestimme sign π!