Übungen zur Vorlesung "Diskrete Mathematik"
für Studierende der Informatikstudiengänge

T. Andreae, A. Blunck, H. Kiechle, M. Kriesell, P. Reuter.

WS 05/06 **Blatt 9**

A: Präsenzaufgaben am 22.12.2005

1. $G_\triangle = \{i, r, s, x, y, z\}$ sei die Dreiecksgruppe und H sei die Untergruppe $\{i, y\}$. (Bezeichnungen wie auf S. 125, für die Gruppenoperation verwende man die multiplikative Schreibweise.)
   Man bestimme die Linksnebenklassen in iH, rH, sH, xH, yH, zH von H in $G_\triangle$.
2. H und K seien Untergruppen der endlichen Gruppe G. Es gelte ggT $(|H|, |K|) = 1$. Man zeige, dass dann $|H \cap K| = 1$ gilt.
3. Für die Ringe $\mathbb{Z}$ und $\mathbb{Z}_9$ gebe man die Elemente der Einheitengruppen $E(\mathbb{Z})$ und $E(\mathbb{Z}_9)$ an. Welche dieser Gruppen sind zyklisch?

B: Übungsaufgaben zum 12.01.2006

1. H und K seien Untergruppen einer Gruppe G. Es gelte
   $$|H| = 44,\ |K| = 56 \text{ und } |H \cap K| > 1\,.$$
   Man zeige, dass es in G ein Element der Ordnung 2 gibt.
2. G sei die symmetrische Gruppe S_n; H sei die dazugehörige alternierende Gruppe, d. h. $H = A_n$. Man gebe eine kurze Begründung, weshalb für alle $g \in G$ gilt: Die Linksnebenklasse gH ist gleich der Rechtsnebenklasse Hg.
3. Für die Ringe $\mathbb{Z}_{10}$ und $\mathbb{Z}_{12}$ gebe man die Elemente der Einheitengruppen $E(\mathbb{Z}_{10})$ und $E(\mathbb{Z}_{12})$ an. Welche dieser Gruppen sind zyklisch?
4. a) Man bilde die Summe und das Produkt der folgenden Polynome aus $\mathbb{Q}[x]$: $3x^2 + x + 2,\ 5x - 3$.
   b) Es seien $a(x), b(x)$ Polynome aus $\mathbb{Q}[x]$ mit
   $$a(x) = x^7 + 3x^6 + 6x^5 + 3x^4 + 7x^3 + 8x^2 + x + 2\,,$$
   $$b(x) = x^7 + 6x^6 + 5x^5 - x^4 + 3x^3 - 3x^2 + 2x - 2\,.$$
   Wie lautet der Koeffizient des Produktes $a(x)b(x)$, der zu x^6 gehört?
   c) Man berechne Summe und Produkt der folgenden Polynome $a(x), b(x) \in \mathbb{Z}_5[x]$:
   $$a(x) = x^3 + 3x^2 + 2x + 1,\ b(x) = x^4 + x^2 + 4\,.$$
   Dabei gebe man die Koeffizienten der berechneten Polynome wie üblich als Elemente aus $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ an.