

Übungen zur Vorlesung „Diskrete Mathematik“ für Studierende der Informatikstudiengänge

T. Andreae, H. J. Bandelt, H. Strade

WS 06/07

Blatt 1

A: Präsenzaufgaben am 26.10.2006

1. Durch die folgenden Formeln werden Funktionen $\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ definiert:
 $f(x) = x^2, g(x) = 2x, h(x) = x + 2$. Welche Funktionen sind injektiv, welche sind surjektiv und welche sind bijektiv?
2. Es sei $A = \{1, 2, 3\}, B_1 = \{3, 4\}, B_2 = \{3, 4, 5\}, B_3 = \{2, 3, 4, 5\}$.
Man gebe - wenn möglich - für $i = 1, 2, 3$ eine Funktion $f_i : A \rightarrow B_i$ an, die
 - a) surjektiv aber nicht injektiv
 - b) injektiv aber nicht surjektiv
 - c) bijektiv ist.
3.
 - a) Man beweise die De Morgansche Regel $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$ mit Hilfe einer Wahrheitstafel.
 - b) Veranschaulichen Sie diese Regel mit Hilfe von Venn-Diagrammen.

B: Übungsaufgaben zum 02.11.2006

1. Durch die folgenden Formeln werden Funktionen $\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ definiert:
 $g(x) = x - 3, h(x) = 3x + 1, i(x) = x^2 - 1$.
Welche dieser Funktionen sind injektiv, welche sind surjektiv und welche sind bijektiv? (Man gebe in jedem Fall eine Begründung!)
2. Die Abbildung $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ sei definiert durch $f(n) = (n^2, (n + 1)^2)$ für alle $n \in \mathbb{Z}$.
Man beweise oder widerlege:
 - a) f ist injektiv.
 - b) f ist surjektiv.
3.
 - a) Man beweise das Distributivgesetz $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ mit Hilfe einer Wahrheitstafel und veranschauliche dieses Gesetz mit Hilfe von Venn-Diagrammen.
 - b) Man gebe die Potenzmenge $\mathcal{P}(M)$ für $M = \{a, b, c, d\}$ an.
 - c) Ist die Aussage $\mathcal{P}(\emptyset) = \emptyset$ wahr oder falsch? (Mit kurzer Begründung!)

4. Untersuchen Sie, ob die folgenden Funktionen injektiv, surjektiv oder bijektiv sind (Beweise!):

a) $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, f(n) = n^2$

b) $f : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, f(a, b) = a + b$

c) $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \times \mathbb{N}, f(n) = (n, n + 2)$

d) $f : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}, f(a, b) = (ab, a - b)$