Übungen zur Vorlesung „Diskrete Mathematik“ für Studierende der Informatikstudiengänge

T. Andreae, H. J. Bandelt, H. Strade

WS 06/07 **Blatt 7**

A: **Präsenzaufgaben am 07.12.2006**

1. Man zerlege in Real- und Imaginärteil: $\frac{3+\mathrm{i}}{4-2\,\mathrm{i}}$
2. Wie lauten Betrag und Argument von z
   a) für $z = 2 + 2\,\mathrm{i}$,
   b) für $z = z_1 z_2$ mit $z_1 = 3\left(\cos\frac{\pi}{4} + \mathrm{i}\sin\frac{\pi}{4}\right)$, $z_2 = 7\left(\cos\frac{\pi}{2} + \mathrm{i}\sin\frac{\pi}{2}\right)$?
3. Man gebe eine genaue Beschreibung der folgenden Punktmengen, und zwar benutze man geometrische Begriffe wie z.B. Kreis, Radius, Mittelpunkt, Gerade, Punkt, senkrecht, parallel, x-Achse, y-Achse:
   a) $\{z \in \mathbb{C} : |z - 3| = |z + 1|\}$
   b) $\{z \in \mathbb{C} : |z - (2 + 2\,\mathrm{i})| = 5\}$.
4. Man berechne, falls möglich, AB und BA für die folgenden reellen Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

B: **Übungsaufgaben zum 14.12.2006**

1. a) Man zerlege die folgenden komplexen Zahlen in Real- und Imaginärteil:

$$(3 + 2\,\mathrm{i})^2, \quad \frac{1}{4 - 3\,\mathrm{i}}, \quad \frac{5 - 2\,\mathrm{i}}{3 + 7\,\mathrm{i}}.$$

   b) Man berechne alle Lösungen $z \in \mathbb{C}$ von

$$z^2 - 6z + b = 0 \quad \text{für } b \in \{-40, 9, 90\}.$$

   c) Man stelle die komplexen Zahlen $z_1 = 3 + 3\,\mathrm{i}$, $z_2 = 2 - 2\,\mathrm{i}$ und $z_3 = z_1 \cdot z_2$ in der Gaußschen Zahlenebene dar. Wie lauten Betrag und Argument von z_1, z_2 und z_3?
2. Falls möglich, berechne man AB, BA, AC, CA für die folgenden Matrizen über $\mathbb{C}$:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1+\mathrm{i} \\ \mathrm{i} & 2\,\mathrm{i} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} \mathrm{i} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} \mathrm{i} & 3\,\mathrm{i} \\ -\mathrm{i} & 2 \end{pmatrix}.$$

3. Man gebe eine genaue Beschreibung der folgenden Punktmengen, und zwar benutze man geometrische Begriffe wie z.B. Kreis, Radius, Mittelpunkt, Gerade, Punkt, senkrecht, parallel, x-Achse, y-Achse:
   a) $\{z \in \mathbb{C} : |z - 5\,\mathrm{i}| = |z - \mathrm{i}|\}$
   b) $\{z \in \mathbb{C} : |z + \mathrm{i}| = 1\}$
   c) $\{z \in \mathbb{C} : |z - \mathrm{i}| \leq 2\}$.
4. Man beweise, dass für alle $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ gilt:
   a) $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$
   b) $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z_1} \cdot \overline{z_2}$.