Übungen zu Mathematik III für Studierende der Informatik

T. Andreae, R. Stanik

WS 05/06 **Blatt 2**

A: Präsenzaufgaben am 03.11.2005

1. Man gebe eine (geometrische) Beschreibung der Untervektorräume des $\mathbb{R}^2$ sowie des $\mathbb{R}^3$.

2. Man überprüfe auf lineare Unabhängigkeit im $\mathbb{R}^3$:

   a) $(1,0,0),(1,1,0),(1,1,1),(1,0,2)$

   b) $(1,0,0),(1,0,1),(0,1,0)$

   c) $(0,1,2),(1,2,3),(3,1,-1)$

3. Für welche $a \in \mathbb{R}$ sind $(1,2)$ und $(a,a+2) \in \mathbb{R}^2$ linear abhängig?

B: Übungsaufgaben zum 10.11.2005

1. Man überprüfe, ob die folgenden Mengen von Vektoren eine Basis des $\mathbb{R}^3$ bilden:

   a) $(0,1,2),(1,2,3),(2,3,4)$

   b) $(0,1,2),(1,2,2),(2,3,3)$.

2. Sei V ein Vektorraum über $\mathbb{K}$ und U_1, U_2 Untervektorräume von V. Man beweise oder widerlege:
   Ist $U_1 \cup U_2 = V$, dann ist $U_1 = V$ oder $U_2 = V$.

3. Unter welchen Bedingungen an $c \in \mathbb{K}$ sind die Vektoren $(c,1,0),(1,c,1),(0,1,c)$ linear unabhängig in $\mathbb{K}^3$ für

   $$a) \quad \mathbb{K} = \mathbb{R}, \qquad b) \quad \mathbb{K} = \mathbb{Q}\ ?$$

4. Man beweise:

   a) Sind U_1 und U_2 Untervektorräume des Vektorraums V, so ist auch $U_1 + U_2$ ein Untervektorraum von V.

   b) Ist U ein Untervektorraum von V, so gilt $U + U = U$.