Übungen zu Mathematik III für Studierende der Informatik

T. Andreae, R. Stanik

WS 05/06 **Blatt 4**

A: Präsenzaufgaben am 24.11.2005

1. Welche Matrix gehört zu der Abbildung

$$f : \begin{cases} \mathbb{R}^2 & \to \mathbb{R}^3 \\ (x,y) & \mapsto (y, x + 2y, 2x + 3y)? \end{cases}$$

2. Welche Abbildung $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ gehört zu der Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$?
   (Man gebe inbesondere n und m an!)

3. Es sei $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ und $C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$
   Man berechne - falls möglich - die Produkte AB, BA und AC .

B: Übungsaufgaben zum 01.12.2005

1. Seien V und W Vektorräume über K , sei $(v_1, \ldots, v_n)$ eine Basis von V und $f : V \to W$ eine lineare Abbildung. Man beweise: f ist injektiv genau dann, wenn $(f(v_1), \ldots, f(v_n))$ linear unabhängig ist.

2. Man gebe - wenn möglich - die zugehörige Matrix A an:

   (a) $f : \begin{cases} \mathbb{R}^2 & \to \mathbb{R}^2 \\ (x,y) & \mapsto (x + 2y,\ 2x - y) \end{cases}$

   (b) $f : \begin{cases} \mathbb{R}^2 & \to \mathbb{R}^2 \\ (x,y) & \mapsto (x\ ,\ y^3) \end{cases}$

   (c) $f : \begin{cases} \mathbb{R}^3 & \to \mathbb{R}^3 \\ (x,y,z) & \mapsto (x, x + y\ , x + y + z) \end{cases}$

   (d) $f : \begin{cases} \mathbb{R}^3 & \to \mathbb{R}^3 \\ (x,y,z) & \mapsto (x, x + y + z, x + 1) \end{cases}$

   (Falls es nicht möglich sein sollte, die Abbildung f durch eine Matrix zu beschreiben: Kurze Begründung, wieso dies nicht geht!)

3. Die Abbildung f sei wie in Aufgabe 2(c) und g sei gegeben durch

$$g : \begin{cases} \mathbb{R}^3 & \to \mathbb{R}^2 \\ (x, y, z) & \mapsto (x + 2y + 3z, x - z). \end{cases}$$

Man gebe die Matrix an, die zu g gehört und berechne aus den Matrizen für f und g diejenige Matrix, die zu $g \circ f$ gehört.

4. (a) Man berechne alle möglichen Produkte XY mit $X, Y \in \{A, B, C, D\}$ für

$$A = (2 \ \ -1), \ \ B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \ C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \ D = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

(b) Man berechne das Produkt $A^8 A^6$ für $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$