

Übungen zu Mathematik III für Studierende der Informatik

T. Andreae, R. Stanik

WS 05/06

Blatt 5

A: Präsenzaufgaben am 01.12.2005

1. Man berechne - wenn möglich - Rang und inverse Matrix von

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \\ 4 & 4 & 4 & 5 \end{pmatrix}.$$

2. Welche der folgenden Übergänge sind durch eine elementare Umformung geschehen und welche können nicht durch eine elementare Umformung geschehen sein?

$$\begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 7 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 7 & 1 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} -11 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

B: Übungsaufgaben zum 08.12.2005

1. a) Man berechne den Rang der folgenden Matrix

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 5 & 10 & 9 & 11 \end{pmatrix}.$$

- b) Man beweise oder widerlege: Der Rang der Matrix $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & a \end{pmatrix}$ hängt von dem gewählten $a \in \mathbb{R}$ ab.

2. Man invertiere die Matrix $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -3 \\ 2 & 1 & -1 & 5 \\ -1 & -4 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

3. Man gebe zwei Matrizen $A, B \in M(6 \times 6, \mathbb{R})$ an, die folgende Eigenschaften haben $rgA = rgB = 3, AB = 0$.

Man erkläre (kurz), wieso die angegebenen Matrizen die genannten Eigenschaften tatsächlich haben!

4. Man bestimme, für welche $\lambda \in \mathbb{R}$ die reelle Matrix

$$A_\lambda := \begin{pmatrix} 1 & \lambda & 0 & 0 \\ \lambda & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 1 \end{pmatrix}$$

invertierbar ist und berechne für diese λ die inverse Matrix A_λ^{-1} .

(Hinweis: Man wende auf A_λ das Verfahren zur Invertierung einer Matrix an; für die meisten Werte von λ erhält man A_λ^{-1} , für einige Ausnahmewerte aber nicht.)