Übungen zu Mathematik III für Studierende der Informatik

T. Andreae, R. Stanik

WS 05/06 **Blatt 8**

A: Präsenzaufgaben am 22.12.2005

1. Man überprüfe die folgenden linearen Gleichungssysteme $Ax = b$ auf Lösbarkeit und eindeutige Lösbarkeit:

   a) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ b) $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

   c) $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix}$ d) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

   e) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$.

2. Bestimme mit dem Gaußschen Algorithmus die Lösungsmenge von

   $$Ax = b \text{ für } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & 1 & -3 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \text{ und}$$

   a) $b = (4, 1, 1, 6)$
   b) $b = (4, 3, 5, 6)$

B: Übungsaufgaben zum 12.01.2006

1. Man löse die linearen Gleichungssysteme, die durch die folgenden Matrizen beschrieben werden, mit dem Gaußschen Algorithmus:

   a) $\left(\begin{array}{rrrr|r} 1 & 2 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & -4 & 1 & 9 \\ 3 & 5 & -1 & 3 & 11 \\ -2 & -5 & -16 & -7 & 1 \end{array}\right)$, b) $\left(\begin{array}{rrrr|r} 1 & 2 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & -4 & 1 & 9 \\ 3 & 5 & -1 & 4 & 13 \\ 3 & 6 & 9 & 7 & 8 \end{array}\right)$,

   c) $\left(\begin{array}{rrrr|r} 1 & 2 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & -4 & 1 & 9 \\ 3 & 5 & -1 & 4 & 13 \\ 3 & 6 & 9 & 7 & 7 \end{array}\right)$, d) $\left(\begin{array}{rrrr|r} 1 & 2 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & -4 & 1 & 9 \\ 3 & 5 & -1 & 4 & 13 \\ 3 & 6 & 8 & 7 & 7 \end{array}\right)$.

2. Für welche a, b, c, $d \in \mathbb{R}$ ist das Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 5 & 3 & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$$

a) nicht lösbar b) mehrdeutig lösbar c) eindeutig lösbar?

3. Man löse die Gleichungssysteme, die durch die folgenden Matrizen beschrieben werden, mit dem Gaußschen Eliminationsverfahren:

a) $\left(\begin{array}{rrrrr|r} 2 & 3 & 7 & -3 & -10 & -9 \\ 1 & 2 & 4 & -1 & -6 & -6 \\ 1 & 3 & 5 & 0 & -8 & -9 \end{array}\right)$, b) $\left(\begin{array}{rrrr|r} 1 & 3 & 2 & 4 & 3 \\ 2 & 6 & 2 & 5 & 1 \\ 2 & 6 & 8 & 6 & 8 \\ -1 & -3 & 4 & -9 & -2 \end{array}\right)$,

c) $\left(\begin{array}{rrrrr|r} 1 & -1 & 1 & -4 & 0 & 3 \\ 2 & -1 & 3 & -7 & -2 & 3 \\ 3 & 1 & 7 & -8 & -8 & 0 \end{array}\right)$

4. Wende - wenn möglich - die Cramersche Regel an auf

a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ b) $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

c) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ d) $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 9 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix}$

e) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.